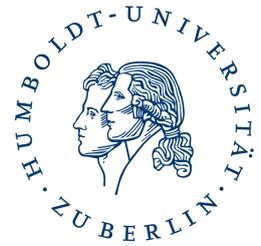


## **Probeklausur des Moduls:** Mathematik für Chemiker und Biologen

Bitte achten Sie darauf alle Aufgaben auf den jeweiligen Blättern (gegebenenfalls Rückseite) auszufüllen. Rechenwege müssen logisch aufgebaut und nachvollziehbar sein. Zwischenschritte und Zwischenergebnisse, sofern sie für das Endergebnis relevant sind, sind ebenfalls zu notieren. Hilfsmittel wie Taschenrechner sind nicht erlaubt.

Zeitraumen der Probeklausur:  
90 Minuten

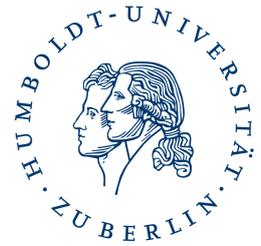
**Aufgabe 1:****(9 Punkte)**

Bilden Sie die ersten Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)  $f(x) = 2x \cdot e^{x^2} + x^2 - 1$  (3)

b)  $g(x) = \frac{1}{e^{ax}} - \frac{1}{x}$  mit  $a \in \mathbb{R}$  (3)

c)  $h(x) = \frac{3x^2 + 5x + 10}{x - 1}$  für  $x \neq 1$  (3)

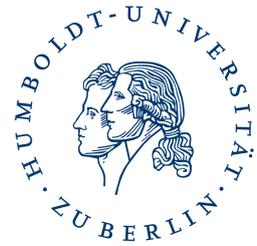


**Aufgabe 2:**

(9 Punkte)

Es sei das folgende Differential gegeben:  $df(x, y) = \left(\frac{1}{2}xy^2 + 5\right)dx + (x^2y + 5)dy$

Prüfen Sie, ob dieses Differential weg-unabhängig ist. Integrieren Sie dazu das Differential vom Punkt (0,0) zum Punkt (2,3) auf zwei geeigneten, unterschiedlichen Wegen.

**Aufgabe 3:**

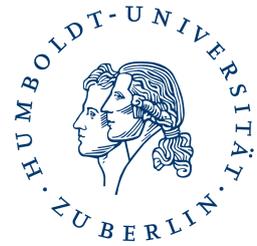
(9 Punkte)

a) Geben Sie die Definitionen von  $\alpha$ ,  $\kappa$  und  $C_p$  an.

(3)

b) Stellen Sie die  $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$  mit Hilfe der Definitionen von  $\alpha$ ,  $\kappa$  und  $C_p$  dar. Nutzen Sie dazuden Zusammenhang  $dv(T, P) = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP$  und gehen Sie vonkonstantem Volumen aus ( d.h.  $dv(T,P) = 0$ ).

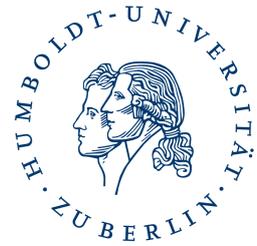
(6)



**Aufgabe 4:**

(8 Punkte)

- a) Stellen Sie  $dU$  als Differential der zwei Variablen  $P$  und  $T$  (d.h.  $dU(P,T)$ ) in allgemeiner Form und als Funktion der thermodynamischen Größen  $v$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $S$ ,  $\alpha$ ,  $\kappa$  und  $C_p$  dar. (4)
- b) Stellen analog  $dG$  als Differential der zwei Variablen  $P$  und  $T$  (d.h.  $dG(P,T)$ ) dar. (4)

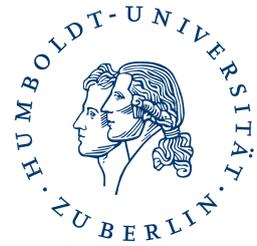
**Aufgabe 5:**

(9 Punkte)

Gegeben sei die folgende Statistik eines Würfelements (Stichprobe) eines vierseitigen Würfels. Die Anzahl der Würfe beträgt  $n = 40$ .

$x_i$	1	2	3	4
$P_a(x_i)$	8	10	8	14

- a) Nennen Sie die Formeln des 0. Moments, des 1. Anfangsmoments und des 2. Zentralmoments. (3)
- b) Bestimmen Sie das 1. Anfangsmoment und beschreiben Sie, was diese Größe in diesem Experiment darstellt. Bestimmen Sie hierzu zunächst die relativen Wahrscheinlichkeiten  $P(x_i)$ . (4)
- c) Warum ist das 0. Moment immer 1? (2)



**Aufgabe 6:**

(8 Punkte)

- a) Nennen Sie die Formel des Boltzmann'schen e-Satzes für das Verhältnis zweier Energiezustände  $\varepsilon_i$  und  $\varepsilon_j$ . (1)
- b) Sei eine Temperatur von  $T = 300 \text{ K}$  und eine Energiedifferenz  $\Delta E = (\varepsilon_i - \varepsilon_j) = 300k_b$  ( $k_b$  ist die Boltzmann-Konstante) gegeben. Bestimmen sie das Verhältnis von  $\varepsilon_i$  zu  $\varepsilon_j$ . (2)
- c) Bestimmen Sie dasselbe Verhältnis für  $\Delta E = (\varepsilon_i - \varepsilon_j) = 0$ . (2)
- d) Bei einer festen Temperatur wurde das Verhältnis  $p(\varepsilon_1)/p(\varepsilon_0) = 0,2$  festgestellt. Wenn sich 3200 Moleküle im Grundzustand  $\varepsilon_0$  befinden, wie viele Moleküle liegen dann im angeregten Zustand  $\varepsilon_1$  vor? (3)