Modulabschlussprüfung im Modul: Mathematik für Naturwissenschaften II

Bitte jede Aufgabe auf dem zugehörigen Blatt bearbeiten.
Bitte jedes Blatt mit Namen, Matrikel- und Aufgabennummer versehen.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Kürzel:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Max. Punktzahl					
Erreichte Punkte					

- Bitte mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter schreiben
- Bitte deutlich und leserlich schreiben
- Kürzel bitte 6-stellig aus Zahlen, Buchstaben und Sonderzeichen
- Es sind keinerlei Hilfsmittel außer Ihrem eigenen Wissen zugelassen
- Veröffentlichung der Ergebnisse mit Kürzel auf der Homepage
- Keine Bekanntgabe der Klausurergebnisse per Telefon oder Mail
- Bitte auf dem letzten beschriebenen Blatt eine Unterschrift leisten
- Bitte sämtliche beschriebenen Blätter mit abgeben

Name:
Matrikelnummer:

1. Integralrechnung

   (a) Geben Sie jeweils eine Stammfunktion für die folgenden Funktionen an

      i. $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{x}$

      ii. $g(x) = -\cos(2\pi + x)$

      iii. $h(x) = -\mathrm{e}^{5x} + \frac{7}{2}\sin(x)$

   (b) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral

      $\int\limits_0^\pi 2x + \sin(x)\mathrm{d}x$

Name:
Matrikelnummer:

2. Differentialgleichungen

(a) Nennen Sie die differentielle und die integrierte Differentialgleichung (alternativ auch nach $[A]$ aufgelöst) der Kinetik einer Reaktion 2. Ordnung der Form $A \to P$

(b) **Zusatz:** Leiten Sie aus der differentiellen Gleichung nachvollziehbar die integrierte Gleichung her.

(c) Ein betrachteter Stoff A reagiert nach 2. Ordnung mit einer Geschwindigkeitskonstante k von $k = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \frac{L}{mol \cdot s}$.
Die Konzentration des Stoffes A zu Beginn der Reaktion beträgt $[A]_0 = \frac{1}{4} \cdot 10^{-4} \frac{mol}{L}$. Wann ist die Halbwertszeit $t_{1/2}$ für die beschriebene Reaktion erreicht?

Name:

Matrikelnummer:

3. Vektoren und Matrizen

(a) Stellen sie für zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ graphisch dar, welche Bedeutung die folgenden Ausdrücke haben.

i. $\vec{a} + \vec{b}$

ii. $\vec{a} - \vec{b}$

(b) Berechnen Sie folgende Terme:

i. $\left(\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} =$

ii. $\det\left(\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & -3 \\ -\frac{1}{2} & 3 & 1 \end{pmatrix}\right) =$

4. Lineare Gleichungssysteme

(a) Berechnen Sie die Inverse der Matrix A

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$$

(b) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem

$\frac{1}{3}x + 4y = 9$

$2x - 3y = 18$

Name:
Matrikelnummer:

5. Funktionen mehrerer Variablen

Sei $\vec{F}$ ein beliebiges Vektorfeld, die Divergenz (div) und die Rotation (rot) sind wie folgt definiert:

$$\operatorname{div}\vec{F} = \vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$
$$\operatorname{rot}\vec{F} = \vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \\ \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Wobei $\vec{\nabla}$, der Nabla Operator ist mit

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

zeigen Sie, dass gilt

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot}\vec{F}) = 0$$